

1 次の不等式を解け。

(1) $\sin x + \cos x > 0$ ($0 \leq x < 2\pi$)

(2) $\cos 2x \geq \cos x$ ($0 \leq x < 2\pi$)

(3) $\cos 3x = \cos 2x$ ($0 \leq x < 2\pi$)

(4) $\log_e(x+1) < -3$ (e は $e > 1$ を満たす定数)

(5) $e^x < 5$ (e は $e > 1$ を満たす定数)

(6) $e^x + e^{-x} < e + \frac{1}{e}$

2 (1) $2x\sqrt[3]{x} + \frac{x^2-1}{\sqrt[3]{x^2}}$ を通分せよ。

(2) $2^{\log_4 5}$ を簡単にせよ。

3 2つの放物線 $y = x^2 + 2x - 1$, $y = x^2 - 4x + 8$ の共通接線の方程式を求めよ。

4 点 $A(1, a)$ から曲線 $y = x^3 - x$ に引ける接線の本数を求めよ。

5 計算せよ。 $\int_1^3 |x^2 - 2x| dx$

6 等式 $f(x) = x^2 + \int_0^2 (x+t)f(t) dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

答

1 (1) $0 \leq x < \frac{3}{4}\pi$, $\frac{7}{4}\pi < x < 2\pi$

(2) $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{11}{6}\pi$

(3) $x = 0, \frac{2}{5}\pi, \frac{4}{5}\pi, \frac{6}{5}\pi, \frac{8}{5}\pi$

(4) $-1 < x < \frac{1}{e^3}$

(5) $x < \log_e 5$

(6) $-1 < x < 1$

2 (1) $\frac{3x^2 - 1}{\sqrt[3]{x^2}}$

(2) $\sqrt{5}$

3 $y = 2x - 1$

4 $a > 0$, $a < -1$ のとき, 1本

$a = 0$, -1 のとき, 2本

$-1 < a < 0$ のとき, 3本

5 2

6 $f(x) = x^2 - \frac{16}{13}x - \frac{28}{39}$