

数学 I ・ 数学 A

(全問必答)

第 1 問 (配点 20)

[1] 長方形 ABCD において、 $AB = CD = 8$ 、 $BC = DA = 12$ とする。辺 AB 上に点 P、辺 BC 上に点 Q、辺 CD 上に点 R を

$$AP = BQ = CR$$

となるようにとり、 $AP = x$ とおく ($0 < x < 8$)。このとき、台形 PBCR の面積は である。また、 $\triangle PQR$ の面積 S は

$$S = x^2 - \text{ウエ} x + \text{オカ}$$

である。 $S < 24$ となる x の範囲は

$$\text{キ} < x < \text{ク}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

〔2〕 次の ～ に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

自然数 m, n について、条件 p, q, r を次のように定める。

p : $m + n$ は 2 で割り切れる

q : n は 4 で割り切れる

r : m は 2 で割り切れ、かつ n は 4 で割り切れる

また、条件 p の否定を \bar{p} 、条件 r の否定を \bar{r} で表す。このとき

p は r であるための 。

\bar{p} は \bar{r} であるための 。

「 p かつ q 」は r であるための 。

「 p または q 」は r であるための 。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件でない
- ③ 十分条件であるが、必要条件でない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (配点 25)

a, b を定数とし, $a \neq 0$ とする。2 次関数

$$y = ax^2 - bx - a + b \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のグラフが点 $(-2, 6)$ を通るとする。

このとき

$$b = -a + \boxed{\text{ア}}$$

であり, グラフの頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{-a + \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}} a}, \frac{-\left(\boxed{\text{エ}} a - \boxed{\text{オ}}\right)^2}{\boxed{\text{カ}} a} \right)$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

さらに、2次関数①のグラフの頂点の y 座標が -2 であるとする。

このとき、 a は

$$\boxed{\text{キ}} a^2 - \boxed{\text{クケ}} a + \boxed{\text{コ}} = 0$$

を満たす。これより、 a の値は

$$a = \boxed{\text{サ}}, \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

以下、 $a = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であるとする。

このとき、2次関数①のグラフの頂点の x 座標は $\boxed{\text{セ}}$ であり、

①のグラフと x 軸の2交点の x 座標は $\boxed{\text{ソ}}$ 、 $\boxed{\text{タ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ソ}}$ と $\boxed{\text{タ}}$ は解答の順序を問わない。

また、関数①は $0 \leq x \leq 9$ において

$x = \boxed{\text{チ}}$ のとき、最小値 $\boxed{\text{ツテ}}$ をとり

$x = \boxed{\text{ト}}$ のとき、最大値 $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ をとる。

数学 I ・ 数学 A

第 3 問 (配点 30)

$\triangle ABC$ において、 $AB = 7$ 、 $BC = 4\sqrt{2}$ 、 $\angle ABC = 45^\circ$ とする。
また、 $\triangle ABC$ の外接円の中心を O とする。

このとき、 $CA = \boxed{\text{ア}}$ であり、外接円 O の半径は $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ で

ある。

外接円 O 上の点 A を含まない弧 BC 上に点 D を $CD = \sqrt{10}$ であるように
とる。 $\angle ADC = \boxed{\text{オカ}}^\circ$ であるから、 $AD = x$ とすると x は 2 次方程式

$$x^2 - \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}x - \boxed{\text{ケコ}} = 0$$

を満たす。 $x > 0$ であるから $AD = \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

下の ス , セ , ツ には, 次の①~⑤のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

- ① AC ② AD ③ AE ④ BA ⑤ CD ⑥ ED

点 A における外接円 O の接線と辺 DC の延長の交点を E とする。このとき, $\angle CAE = \angle$ ス E であるから, $\triangle ACE$ と $\triangle D$ セ は相似である。これより

$$EA = \frac{\text{ソ}}{\text{タ}} \sqrt{\text{チ}} EC$$

である。また, $EA^2 = \text{ツ} \cdot EC$ である。したがって

$$EA = \frac{\text{テト}}{\text{ナ}} \sqrt{\text{ニ}}$$

であり, $\triangle ACE$ の面積は $\frac{\text{ヌネ}}{\text{ノ}}$ である。

数学 I ・ 数学 A

第 4 問 (配点 25)

さいころを 3 回投げ、次の規則にしたがって文字の列を作る。ただし、何も書かれていないときや文字が 1 つだけのときも文字の列と呼ぶことにする。

1 回目は次のようにする。

- 出た目の数が 1, 2 のときは、文字 A を書く
- 出た目の数が 3, 4 のときは、文字 B を書く
- 出た目の数が 5, 6 のときは、何も書かない

2 回目, 3 回目は次のようにする。

- 出た目の数が 1, 2 のときは、文字の列の右側に文字 A を 1 つ付け加える
- 出た目の数が 3, 4 のときは、文字の列の右側に文字 B を 1 つ付け加える
- 出た目の数が 5, 6 のときは、いちばん右側の文字を削除する。ただし、何も書かれていないときはそのままにする

以下の問いでは、さいころを 3 回投げ終わったときにできる文字の列について考える。

(1) 文字の列が AAA となるさいころの目の出方は 通りである。

文字の列が AB となるさいころの目の出方は 通りである。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(2) 文字の列が A となる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ であり、何も書かれていない文字の列

となる確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。

(3) 文字の列の字数が 3 となる確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ であり、字数が 2 となる確率は

$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。また、文字の列の字数の期待値は $\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。ただ

し、何も書かれていないときの字数は 0 とする。